
OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS POUR LA CONCEPTION DE STRUCTURES SALARIALES

Dominique Piché-Meunier

dominique.piche-meunier.1@ulaval.ca

Louis Dubois

louis.dubois.2@ulaval.ca

François-Alexandre Tremblay

francois-alexandre.tremblay.1@ulaval.ca

RÉSUMÉ

Dans un contexte de pénurie de main-d'oeuvre et de forte compétition mondiale pour l'acquisition des talents, la gestion des salaires devient un enjeu primordial pour les entreprises qui désirent attirer, mobiliser et retenir des employés qualifiés. Cet article présente un modèle d'optimisation multi-objectifs ainsi qu'un outil de visualisation  permettant de balancer les compromis d'équité interne, d'équité externe et de coûts associés à la conception de structures salariales. Des solutions sont générées afin d'estimer et d'explorer la frontière de Pareto à partir de données réelles de rémunération d'une institution syndiquée québécoise. Nos travaux montrent l'intérêt d'utiliser les techniques d'optimisation combinatoire dans la génération de structure de salaires.

Mots clés Optimisation multi-objectifs · Programmation mathématique · Structures salariales · Support à la décision

1 Introduction

Dans un contexte de pénurie de main-d'oeuvre mondiale, les entreprises doivent, d'une part, offrir des salaires concurrentiels pour attirer et retenir des employés qualifiés. D'autre part, pour rester compétitives, elles doivent minimiser leurs coûts d'opération liés à la masse salariale. Ce compromis n'est pas une mince tâche à réaliser, surtout pour les organisations qui reposent massivement sur le capital humain. En Amérique du Nord, l'établissement de structures salariales représente l'approche la plus courante pour déterminer et gérer équitablement les salaires [1]. Ces structures permettent, en plus de faciliter le contrôle budgétaire de la masse salariale, d'intégrer de manière juste et cohérente (i.e. en classes) les différents emplois selon leur valeur relative dans l'entreprise (i.e. équité interne) et d'aligner les salaires à l'interne avec ceux du marché (i.e. équité externe). La figure 1 montre un exemple simplifié de ces concepts.

Bien qu'il existe différentes approches pour concevoir les structures, leur élaboration se résume en trois grandes étapes [1]. (1) Tout d'abord, l'employeur examine et analyse les emplois pour en faire ressortir les caractéristiques et exigences principales. Le résultat final prend généralement la forme de descriptions de fonctions. (2) À partir de l'analyse réalisée à l'étape précédente, il peut alors entreprendre un processus d'évaluation des emplois visant à déterminer l'importance relative de chaque emploi au sein de l'entreprise. Plusieurs méthodes d'évaluation, parfois plus ou moins reconnues, s'intéressent à assurer le respect des principes d'équité. Néanmoins, la méthode de *points et facteurs*, suggérée implicitement dans la Loi sur l'équité salariale, est souvent privilégiée «en raison de son caractère neutre, analytique et systématique» [2]. Concrètement, la méthode consiste à associer des points à chaque emploi en fonction de quatre grands facteurs (i.e. qualifications requises,

responsabilités assumées, efforts requis et conditions de travail). Ces points proviennent d'une table de pointage qui subdivise les quatre facteurs en plusieurs sous-facteurs (ex. effort physique, prise de décisions, complexité de l'emploi) et leurs différents niveaux. Le total des points attribués à un emploi représente ainsi sa valeur relative dans l'entreprise.

À ce stade, étant donné que le processus d'évaluation dépend de l'appréciation humaine, l'employeur détermine des intervalles (i.e. bornes) de points regroupant dans une même classe des emplois dont la valeur en points est similaire. Conséquemment, une différence de 20 points n'implique pas nécessairement qu'un emploi est plus exigeant par rapport à un autre. (3) Finalement, l'employeur assigne à chaque classe une échelle salariale, constituée d'un salaire minimum et d'un salaire maximum, qui est en lien avec le pointage de la classe.

Malheureusement, l'établissement ou la mise à jour de structure salariale requiert généralement un effort considérable en temps et en ressources pour les entreprises. Un preneur de décisions (PDD) doit s'intéresser à plusieurs scénarios différents simultanément touchants entre autres au nombre de classes, au chevauchement et à l'étendue des échelles ou encore aux salaires payés sur le marché. L'ensemble des contraintes à respecter fait également en sorte qu'il est difficile, sans approche analytique, de s'assurer que la structure obtenue se rapproche d'une structure optimale. Pour les entreprises québécoises, la méthode de *points et facteurs* amplifie aussi la complexité de la démarche en ajoutant des balises à respecter dans l'établissement des classes d'emploi.

La littérature qui aborde le sujet de manière analytique reste par ailleurs étonnamment rare. À notre connaissance, seulement trois études adressent le problème de conception de structures sous cet angle. Dans la première, Bruno [3] propose un programme linéaire basé sur une approche mixte d'évaluation de

la performance individuelle et de l'emploi. Le salaire d'un employé se détermine ainsi par une somme pondérée de la valeur relative de son emploi et de sa contribution personnelle. Wallace et Steuer [4] conçoivent quant à eux un programme linéaire multi-objectifs qui permet de concilier les enjeux d'équité interne et d'équité externe en contraignant le budget disponible. L'utilisateur doit, de manière itérative, modifier les variables et contraintes jusqu'à l'obtention d'une structure salariale satisfaisante. Enfin, Kassa [5] développe un modèle simple, à partir de la programmation par objectifs (*goal programming*), pour générer le salaire minimum et maximum des classes en considérant le salaire moyen des classes sur le marché externe et le coût de la nouvelle structure. Le tableau 1 résume les caractéristiques de ces trois articles.

Dans nos travaux, nous apportons quatre contributions scientifiques qui permettent de bonifier les modèles présentés dans ces articles. (1) Tout d'abord, les auteurs précédents optimisent les coûts sur des instances où les employés d'une même classe sont tous payés le même salaire. Bien que cette hypothèse puisse simplifier la modélisation et accélérer les temps de calcul, le modèle de notre étude permet d'intégrer le salaire des employés dans des structures salariales à échelons (i.e. niveau de salaire représentant le nombre d'années d'expérience ou d'ancienneté d'un employé) et tient ainsi compte des contributions individuelles pour générer les salaires (i.e. équité individuelle) [1]. Néanmoins, cet apport complexifie notre approche puisque le salaire d'un employé doit s'associer à un échelon préalablement inconnu dans la classe. (2) Ensuite, alors que les articles précédents exploitent des approches d'optimisation multi-objectifs *a priori*, nous utiliserons une approche *a posteriori* pour explorer plusieurs solutions sur la frontière de Pareto, représentant divers compromis d'équité interne, d'équité externe et de coût. Cela est pertinent puisqu'un preneur de décisions pourrait très bien vouloir évaluer simultanément différents scénarios optimaux de structures salariales. (3) Par la suite, Wallace et Steuer [4] et Kassa [5] mentionnent que des modèles subséquents devraient inclure des variables telles que le nombre de classes, l'étendue des échelles salariales, le niveau de chevauchement entre les échelles ainsi que les salaires offerts par emploi, versus par classe, sur le marché. Nous incluons ces aspects de développement dans nos travaux. (4) Finalement, notre modèle est le seul à considérer simultanément toutes les dimensions conceptuelles de l'équité organisationnelle (externe, interne et individuelle). Nous mettons ainsi de l'avant des structures salariales alignées avec le marché où les emplois sont classés équitablement et les contributions individuelles sont reconnues.

Cet article se divise en quatre sections. La première présente le modèle d'optimisation. La deuxième s'intéresse au protocole expérimental. La troisième montre les résultats des expériences. Et finalement, la dernière porte sur la discussion des résultats.

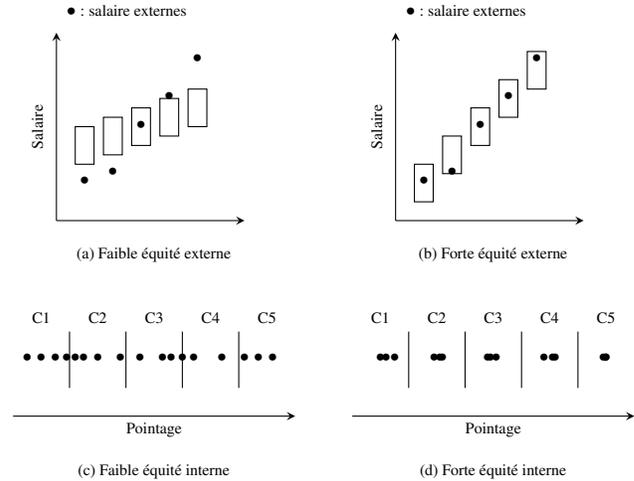


FIGURE 1 – Concept d'équité avec une structure salariale à 5 classes. (a) Faible équité externe : la structure salariale est décalée par rapport aux échelles salariales sur le marché; (b) Forte équité externe : la structure salariale est alignée avec les échelles salariales sur le marché; (c) Faible équité interne : le pointage des emplois est décentré par rapport au centre de la classe; (d) Forte équité interne : le pointage des emplois est centré dans la classe.

2 Modèle d'optimisation

Cette section présente la définition du problème, les fonctions objectives ainsi que l'analyse du modèle.

2.1 Définition du problème

Le modèle d'optimisation s'articule autour de trois éléments présentés aux étapes 2 et 3 du processus d'élaboration de structure salariale : la table de pointage, les bornes de points et la structure salariale.

2.1.1 Table de pointages

La table $T_{n,s}$ représente le pointage de chacun des niveaux $n \in \mathcal{N}$ pour chaque sous-facteur $s \in \mathcal{S}$ (Tableau 2) où \mathcal{N} est l'ensemble des niveaux possibles et \mathcal{S} l'ensemble des sous-facteurs déterminés préalablement par l'employeur. Puisque les sous-facteurs n'ont pas tous le même nombre de niveaux pré-établis, la constante N_s , qui rapporte le nombre de niveaux du sous-facteur s , force les variables de la table $T_{n,s}$ à rester nulles lorsque des niveaux ne sont pas utilisés (1). Les variables T_s^{min} et T_s^{max} , qui indiquent respectivement le pointage du premier niveau et du dernier niveau de chaque sous-facteur s , permettent de manipuler plus efficacement le pointage en fixant le premier et le dernier niveau de la table $T_{n,s}$ (2, 3). Par ailleurs, un employeur serait mal venu de communiquer qu'un emploi, évalué avec les premiers niveaux, soit de valeur nulle. Bien que cela ne soit pas obligatoire, en pratique, le pointage minimum T_s^{min} est non nul (4) et est un multiple de 5 (5). Le pointage maximum T_s^{max} est aussi un multiple de 5 pour faciliter la communication des poids des sous-facteurs avec les employés (6) [1]. Puisque les sous-facteurs n'ont pas tous la même importance pour l'entreprise et doivent rester dans un intervalle raisonnable [2], les

	Coût	Éq. interne	Éq. externe	Éq. individuelle	Approche	Méthode
Bruno [3]	x	x		x	SO	LP
Wallace et Steuer [4]	x	—	x		MO itératif	LP
Kassa [5]	x	—	x		MO <i>a priori</i>	GP
Nous	x	x	x	x	MO <i>a posteriori</i>	CP

TABLE 1 – Synthèse de la littérature portant sur l'élaboration de structures salariales selon les types d'équité considérés, l'approche d'optimisation utilisée (SO : uni-objectif ou MO : multi-objectifs), et la technique d'optimisation utilisée (LP : programmation linéaire, GP : programmation par objectifs, CP : programmation par contraintes). Pour l'équité interne, «x» signifie que la méthode points et facteurs est utilisée, alors que «—» rapporte une définition moins rigoureuse de ce concept.

Sous-facteurs		SF1	SF2	SF3	...
Pointage min		$T_1^{min} = 15$	$T_2^{min} = 10$	$T_3^{min} = 5$...
Niveaux	$n = 1$	$T_{1,1} = 15$	$T_{2,1} = 10$	$T_{3,1} = 5$...
	$n = 2$	$T_{1,2} = 45$	$T_{2,2} = 20$	$T_{3,2} = 10$...
	$n = 3$	$T_{1,3} = 75$	$T_{2,3} = 30$	$T_{3,3} = 15$...
	$n = 4$	$T_{1,4} = 105$		$T_{3,4} = 20$...
Pointage max		$T_1^{max} = 105$	$T_2^{max} = 30$	$T_2^{max} = 20$...
Niveau max		$N_1 = 4$	$N_2 = 3$	$N_{12} = 4$...
Coefficients		$C_1 = 30$	$C_2 = 10$	$C_{12} = 5$...

TABLE 2 – Exemple de table de pointage.

constantes L_s et U_s bornent inférieurement et supérieurement les pointages maximaux de la table (7). Pour calculer les pointages des niveaux intermédiaires, nous introduisons l'écart entre deux niveaux d'un sous-facteur C_s (8). Ce coefficient permet ainsi de calculer la valeur des pointages intermédiaires par une progression arithmétique (9) [1]. Finalement, la somme des pointages maximaux doit refléter une base facile à communiquer (10).

$\mathcal{N} = \{1, \dots, \max(N_s)\}$	Ensemble de niveaux possibles
\mathcal{S}	Ensemble de sous-facteurs
$T_{n,s}$	Pointage du sous-facteurs au niveau n
T_s^{min}	Pointage minimal du sous-facteur s
T_s^{max}	Pointage maximal du sous-facteur s
C_s	Coefficient du sous-facteur s

$\text{dom}(T_{n,s}) = \{0, \dots, 200\}$	$\forall n \in \mathcal{N}, s \in \mathcal{S}$
$\text{dom}(T_s^{min}) = \{0, \dots, 25\}$	$\forall s \in \mathcal{S}$
$\text{dom}(T_s^{max}) = \{25, \dots, 200\}$	$\forall s \in \mathcal{S}$
$\text{dom}(C_s) = \{5, \dots, 50\}$	$\forall s \in \mathcal{S}$

$$T_{n,s} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S} \mid n > N_s \quad (1)$$

$$T_{1,s} = T_s^{min} \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (2)$$

$$T_{N_s,s} = T_s^{max} \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (3)$$

$$T_s^{min} \geq 5 \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (4)$$

$$T_s^{min} \bmod 5 = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (5)$$

$$T_s^{max} \bmod 5 = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (6)$$

$$T_s^{max} \geq L_s \wedge T_s^{max} \leq U_s \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (7)$$

$$C_s = (T_s^{max} - T_s^{min})/N_s \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (8)$$

$$T_{n,s} = T_{n-1,s} + C_s \quad \forall n \in \{2, \dots, N_s\}, s \in \mathcal{S} \quad (9)$$

$$\sum_s T_s^{max} = 1000 \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (10)$$

À partir de la table de pondération $T_{n,s}$ et des cotes d'évaluation des emplois $R_{j,s} \in \mathcal{N}$ déterminées par l'employeur, il est possible de calculer, pour chaque emploi $j \in \mathcal{J}$, leur valeur totale et relative V_j au sein de l'organisation (11).

\mathcal{J}	Ensemble d'emplois
$V_j = \sum_{s \in \mathcal{S}} T_{R_{j,s},s}$	$j \in \mathcal{J} \quad (11)$

2.1.2 Bornes de points

Les variables B_c^{inf} et B_c^{sup} permettent d'exprimer respectivement la borne inférieure et supérieure de pointage de chaque classe $c \in \mathcal{C} = \{1, \dots, C\}$ où C est le nombre maximal de classes possibles de la structure (figure 2a). Toutefois, le nombre de classes est inconnu et potentiellement inférieur à C . Nous introduisons ainsi la variable k , le nombre de classes de la structure, qui influence fortement la séparation des pointages, et conséquemment, des emplois.

Plusieurs contraintes forcent les bornes de points à prendre une forme valide. Les bornes inférieures B_c^{inf} et supérieures B_c^{sup} sont nulles lorsque la classe c n'est pas utilisée (i.e. supérieure à k) (12). Pour rester cohérent, la première borne inférieure B_1^{inf} débute à partir de la somme des premiers niveaux de la table de pondération T (13) alors que la dernière borne supérieure de la dernière classe B_k^{sup} doit nécessairement permettre d'intégrer l'emploi avec la plus grande valeur V_j (14). La borne intermédiaire inférieure B_c^{inf} commence juste après la borne supérieure de la classe précédente B_{c-1}^{inf} (15) tandis que la borne supérieure B_c^{sup} d'une classe utilisée $c \in \{1, \dots, k\}$ se positionne à un écart de pointage p de sa borne minimale B_c^{inf} (16). Cet écart de pointage est obtenu via le nombre de classes k et la borne minimale B_1^{inf} (17).

Étant donné qu'un trop petit nombre de classes par rapport à une structure initiale occasionne systématiquement une compression dans le classement des emplois et une augmentation des coûts, le nombre de classes k de la structure optimisée est contraint à rester près du nombre de classes K de la structure initiale sur laquelle sont positionnés les employés (18). Finalement, la variable D_j permet d'obtenir directement la nouvelle classe de l'emploi j sans avoir besoin de parcourir le vecteur de borne B^{sup} (19).

C	Nombre maximal de classes
$\mathcal{C} = \{1, \dots, C\}$	Ensemble de nombres de classes
K	Nombre de classes de l'ancienne structure
B_c^{inf}	Borne inférieure de la classe $c \in \mathcal{C}$
B_c^{sup}	Borne supérieure de la classe $c \in \mathcal{C}$
k	Nombre de classes de la structure
p	Écart de pointage entre deux bornes
D_j	Nouvelle classe de l'emploi $j \in \mathcal{J}$

$$\text{dom}(B_c^{inf}) = \{0, \dots, 1000\} \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$\text{dom}(B_c^{sup}) = \{0, \dots, 1000\} \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

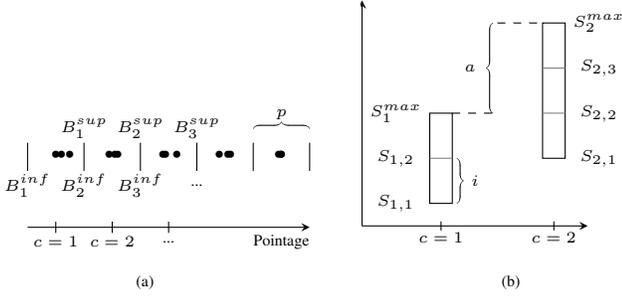


FIGURE 2 – Illustration des variables liées (a) aux bornes de pointages et (b) à la structure salariale.

$$\text{dom}(k) = \mathcal{C}$$

$$\text{dom}(p) = \{0, \dots, 80\}$$

$$\text{dom}(D_j) = \mathcal{C}$$

$$\forall j \in \mathcal{J}$$

$$B_c^{inf} = 0 \wedge B_c^{sup} = 0 \quad \forall c \in \mathcal{C} | c > k \quad (12)$$

$$B_1^{inf} = \sum_{s \in \mathcal{S}} T_{1,s} \quad (13)$$

$$B_k^{sup} \geq \max_j V_j \quad (14)$$

$$B_c^{inf} = B_{c-1}^{sup} + 1 \quad \forall c \in \{2, \dots, k\} \quad (15)$$

$$B_c^{sup} = B_c^{inf} + p \quad \forall c \in \{1, \dots, k\} \quad (16)$$

$$p = \left\lfloor \frac{\max_j V_j - B_1^{inf}}{k} \right\rfloor + 1 \quad (17)$$

$$k \geq K - 1 \quad (18)$$

$$D_j = \left\lfloor \frac{(V_j - B_1^{inf})}{p + 1} \right\rfloor + 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (19)$$

2.1.3 Structure salariale

La structure salariale S constitue l'élément central du modèle pour l'employeur (figure 2b). La variable $S_{c,e}$ désigne le salaire de la classe $c \in \mathcal{C}$ à l'échelon $e \in \mathcal{E} = \{1, \dots, E\}$ où E représente le nombre d'échelons maximums possibles. Chaque classe c compte un nombre d'échelons $M_c \in \mathcal{E}$, un taux de salaire annuel minimum $S_{c,1} \in \mathcal{R}$ et un taux de salaire maximum $S_c^{max} \in \mathcal{R}$ où \mathcal{R} constitue les valeurs salariales possibles de la structure. Le taux minimal d'une classe $S_{c,1}$ correspond au taux de salaire offert aux employés qui n'ont pas d'expérience dans l'emploi tandis que le taux de salaire maximal d'une classe S_c^{max} indique le taux le plus élevé que l'organisation peut offrir pour une classe d'emploi [1]. Les échelons $\{1, \dots, M_c\}$ désignent les différents paliers de l'échelle salariale. En fait, dans les milieux syndiqués, il arrive souvent que la structure soit en forme d'escalier¹; c'est-à-dire qu'elle commence à un échelon minimal M_1 (20) et que le nombre d'échelons par classe M_c augmente jusqu'à atteindre le nombre maximal possible d'échelons E . Bien que cela ne soit pas obligatoire, le modèle incorpore ces contraintes (21, 22).

Pour éviter des branchements inutiles du solveur, les taux de salaire $S_{c,e}$ et les maximums des classes S_c^{max} non utilisées de la structure sont nuls (23, 24). Le taux de salaire maximal S_c^{max} , associé à l'échelon maximal M_c , est équivalent à celui de la structure S_{c,M_c} (25). Puisqu'il n'est pas réaliste en pratique

de trop abaisser les échelles salariales de l'organisation, une borne inférieure contraint le taux minimum $S_{1,1}$ à rester supérieur ou égal à 90% du taux minimum de la structure initiale O (26). La structure modélisée doit aussi tenir compte des années d'expérience des employés en instaurant des mécanismes de progression salariale et des écarts salariaux raisonnablement distincts entre les maximums des échelles [1]. Pour intégrer ces aspects, nous ajoutons les contraintes suivantes : l'écart salarial est de i entre deux taux consécutifs $S_{c,e-1}$ et $S_{c,e}$ (27); l'écart salarial devient a entre le maximum de l'échelle précédente S_{c-1}^{max} et l'échelle suivante S_c^{max} (28); le taux de salaire minimum d'une classe $S_{c,1}$ reste supérieur à celui de la classe précédente $S_{c-1,1}$ (29); les échelles salariales se chevauchent obligatoirement (30).

Les variables F_j et H_j correspondent au nouveau taux de salaire minimum et maximum de l'emploi $j \in \mathcal{J}$. Ces variables, qui permettent de calculer la fonction objectif de l'équité externe, sont respectivement égales au taux de salaire annuel minimum $S_{c,1}$ et maximum S_c^{max} de leur nouvelle classe D_j (31, 32).

\mathcal{E}	Ensemble d'échelons possibles
$\mathcal{R} = \{0, \dots, 70000\}$	Ensemble de salaires possibles
O	Ancienne structure salariale
$S_{c,e}$	Salaire à la classe $c \in \mathcal{C}$ et l'échelon $e \in \mathcal{E}$
M_c	Nombre d'échelons de la classe $c \in \mathcal{C}$
S_c^{max}	Salaire au dernier échelon de la classe $c \in \mathcal{C}$
i	Écart de salaire entre deux échelons consécutifs
a	Écart de salaire entre deux échelles salariales
F_j	Salaire minimum de l'emploi $j \in \mathcal{J}$
H_j	Salaire maximum de l'emploi $j \in \mathcal{J}$

$$\text{dom}(S_{c,e}) = \mathcal{R} \quad \forall c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}$$

$$\text{dom}(M_c) = \mathcal{E} \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$\text{dom}(S_c^{max}) = \mathcal{R} \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

$$\text{dom}(i) = \{800, \dots, 5000\}$$

$$\text{dom}(a) = \{800, \dots, 5000\}$$

$$\text{dom}(F_j) = \mathcal{R} \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

$$\text{dom}(H_j) = \mathcal{R} \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

$$M_1 \geq 2 \wedge M_1 \leq 5 \quad (20)$$

$$M_c = \min(M_{c-1} + 1, E) \quad \forall c \in \{2, \dots, k\} \quad (21)$$

$$M_c = E \quad \forall c \in \{k + 1, \dots, C\} \quad (22)$$

$$S_{c,e} = 0 \quad \forall c \in \{k + 1, \dots, C\}, e \in \{M_c + 1, \dots, E\} \quad (23)$$

$$S_c^{max} = 0 \quad \forall c \in \{k + 1, \dots, C\} \quad (24)$$

$$S_{c,M_c} = S_c^{max} \quad \forall c \in \{1, \dots, k\} \quad (25)$$

$$S_{1,1} \geq [O_{1,1} \times 0.9] \quad (26)$$

$$S_{c,e} = S_{c,e-1} + i \quad \forall c \in \{1, \dots, k\}, e \in \{2, \dots, M_c\} \quad (27)$$

$$S_c^{max} = S_{c-1}^{max} + a \quad \forall c \in \{2, \dots, k\} \quad (28)$$

$$S_{c-1,1} < S_{c,1} \quad \forall c \in \{2, \dots, k\} \quad (29)$$

$$S_{c,1} < S_{c-1}^{max} \quad \forall c \in \{2, \dots, k\} \quad (30)$$

$$F_j = S_{D_j,1} \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (31)$$

$$H_j = S_{D_j}^{max} \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (32)$$

1. Ce type de structure est typique dans les conventions collectives de la fonction publique et dans les milieux universitaires.

Puisque plusieurs employés partagent le même emploi et le même échelon dans la structure initiale, il est possible d'accélérer certaines opérations de calcul (ex. coût, assignation d'échelon) en rassemblant les employés dans des groupes distincts. En effet, certains membres du personnel se positionnent nécessairement au même taux de salaire dans la structure modélisée jusqu'à ce qu'ils détiennent le même taux de salaire dans celle initiale.

Dans cette optique, nous incluons les constantes V_g , W_g , X_g , Y_g et Z_g qui correspondent respectivement à l'emploi, l'échelon, le nombre d'employés, le salaire et l'échelon maximum possible d'un groupe distinct d'employés $g \in \mathcal{G} = \{1, \dots, G\}$ où G désigne le nombre de groupes distincts d'employés. Avant d'assigner un nouveau salaire à chaque groupe g , il est d'abord nécessaire d'obtenir la nouvelle classe Q_g et le nouvel échelon A_g . La première variable s'obtient simplement en prenant la nouvelle classe de l'emploi (33). Quant à la deuxième, elle est plus difficile à obtenir puisque les nouveaux taux de salaire doivent se positionner sur un échelon qui est différent de celui de la structure originale. Autrement dit, le salaire de la structure actuelle Y_g , qui est lié à l'échelon W_g , doit maintenant s'associer à un nouveau salaire R_g , jumelé à l'échelon A_g . En pratique, le salaire Y_g est «intégré à l'échelon de la nouvelle structure dont le salaire est égal ou immédiatement supérieur» au salaire que l'employé touche [6]. Pour respecter ce principe, nous convertissons d'abord, via la variable temporaire Θ_g , le salaire du groupe en échelon à partir d'un changement de base (34). La formulation mathématique de cette contrainte permet d'éviter d'itérer à travers les classes et échelons de la structure modélisée pour retrouver le taux de salaire correspondant. Puisque Θ_g peut prendre une valeur inférieure à un ou supérieure au nombre d'échelons M_c de la classe afférente, nous contraignons A_g à rester dans l'intervalle d'échelons valides (35).

\mathcal{G}	Groupes d'employés de même emploi et échelon
V_g	Emploi du groupe d'employés $g \in \mathcal{G}$
W_g	Ancien échelon du groupe d'employés $g \in \mathcal{G}$
X_g	Nombre d'employés du groupe $g \in \mathcal{G}$
Y_g	Salaire du groupe $g \in \mathcal{G}$
Z_g	Échelon maximal possible du groupe $g \in \mathcal{G}$
Q_g	Nouvelle classe du groupe $g \in \mathcal{G}$
A_g	Nouvel échelon du groupe $g \in \mathcal{G}$
Θ_g	Variable temporaire du calcul de A_g

$\text{dom}(Q_g) = \mathcal{C}$	$\forall g \in \mathcal{G}$
$\text{dom}(A_g) = \mathcal{E}$	$\forall g \in \mathcal{G}$
$\text{dom}(\Theta_g) = \mathbb{Z}$	$\forall g \in \mathcal{G}$

$$Q_g = D_{V_g} \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (33)$$

$$\Theta_g = 2 + \left\lfloor \frac{(Y_g - S_{Q_g,1})(M_{Q_g} - 1)}{S_{Q_g}^{max} - S_{Q_g,1}} \right\rfloor \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (34)$$

$$A_g = \min(\max(\Theta_g, 1), M_{Q_g}) \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (35)$$

Malgré la détermination de la nouvelle classe et de l'échelon du groupe, il est tout de même possible que certains salaires Y_g évoluent en dehors du maximum de l'échelle salariale de la

nouvelle classe. Les employés dans cette situation portent le nom de *cercles rouges* [1, 6]. Puisque l'employeur doit au moins maintenir le salaire de ses employés, le nouveau salaire R_g du groupe est maintenu s'il dépasse le taux de salaire S_{Q_g, A_g} de la structure modélisée (36). Par ailleurs, le contexte de cercle rouge occasionne du mécontentement et de la démotivation de la part des employés [1]. L'employeur et les représentants syndicaux (le cas échéant) ont ainsi tout intérêt à limiter le nombre d'employés dans cette situation. Conséquemment, nous contraignons le nombre de cercles rouges r à rester inférieur ou égal à 10% du nombre d'employés (37, 38).

P	Nombre total d'employés
r	Nombre de cercles rouges
R_g	Nouveau salaire du groupe $g \in \mathcal{G}$

$$\text{dom}(r) = \{0, \dots, P\}$$

$$\text{dom}(R_g) = \mathcal{R} \quad \forall g \in \mathcal{G}$$

$$R_g = \max(S_{Q_g, A_g}, Y_g) \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (36)$$

$$r = \sum_g X_g [S_{Q_g}^{max} < Y_g] \quad (37)$$

$$r \leq [0.1 \times P] \quad (38)$$

2.2 Fonction objectif

Notre modèle compte trois fonctions objectifs : le coût additionnel, l'équité interne et l'équité externe. Le coût additionnel α se définit comme l'écart de la masse salariale, sur 3 années, entre la structure initiale et la structure optimisée. En d'autres mots, le coût additionnel total est obtenu en simulant séparément la progression des employés sur 3 ans avec les deux structures et en sommant la différence de coût (39). Dans l'équation (39), Ω_{V_g} et Υ_g correspondent respectivement à la classe de l'emploi et à l'échelon maximal du groupe g dans la structure initiale O . L'intérêt de considérer l'évolution du coût sur plusieurs années permet d'éviter des solutions où la masse salariale est faible à l'intégration des employés dans la nouvelle structure à la première année, mais très forte pour les années subséquentes en raison d'écarts salariaux importants entre les échelons.

$$\alpha = \sum_{i=0}^2 \sum_{g \in \mathcal{G}} \quad (39)$$

$$X_g \quad \% \text{Nombre d'employés du groupe}$$

$$\left[\max(S_{Q_g, \min(i+A_g, M_{Q_g})}, Y_g) \quad \% \text{Coût - nouvelle structure} \right.$$

$$\left. - O_{\Omega_{V_g}, \min(i+W_g, \Upsilon_g)} \right] \quad \% \text{Coût - structure initiale}$$

Il existe plusieurs façons d'évaluer l'équité interne d'une structure salariale. Kassa [5] mesure cette métrique à partir des écarts salariaux moyens des classes par rapport à des taux cibles spécifiés au préalable par le décideur alors que Bruno [3] ne fait pas de distinction entre les concepts d'équité interne et d'équité individuelle. Dans nos travaux, nous proposons une définition distincte et plus rigoureuse qui ne dépend pas de paramètres choisis par l'utilisateur. Concrètement, l'équité interne β représente la somme des écarts au carré du pointage d'un emploi par rapport au pointage du centre de la classe qui lui est associée (40). Une forte équité interne signifie donc que les emplois se

situent près du centre de la classe alors qu'une faible équité implique que les emplois se retrouvent près des bornes de points. En d'autres mots, la proximité des pointages des emplois renforce l'idée que chaque emploi est rémunéré à sa juste valeur. Enfin, l'élévation des erreurs au carré fait en sorte qu'une importance exponentielle est accordée aux pointages plus loin du centre de la classe qu'à ceux près du centre de celle-ci.

$$\beta = \sum_{j \in \mathcal{J}} \left[\left\lfloor \frac{B_{D_j}^{inf} + B_{D_j}^{sup}}{2} \right\rfloor - V_j \right]^2 \quad (40)$$

Finalement, la métrique d'équité externe δ se définit par la somme des écarts absolus du nouveau taux de salaire minimum F_j et maximum H_j de l'emploi j par rapport au taux minimum λ_j^{min} et maximum λ_j^{max} offert sur le marché (41). Une forte équité externe s'accompagne ainsi par des échelles où le minimum et le maximum sont respectivement près du minimum et du maximum du marché. *A contrario*, une faible équité externe montre une structure où les minimums et maximums des classes sont décentrés par rapport à la réalité externe.

$$\delta = \sum_{j \in \mathcal{J}} |F_j - \lambda_j^{min}| + |H_j - \lambda_j^{max}| \quad (41)$$

2.3 Analyse du modèle

Soient N le nombre de niveaux, S le nombre de sous-facteurs, J le nombre d'emplois, C le nombre maximal de classes, E_o le nombre maximal d'échelons de la structure optimisée, E_a le nombre maximal d'échelons de la structure actuelle et G le nombre de groupes d'employés, le modèle comporte

- $\Theta(NS)$ variables et $\Theta(NS + J)$ contraintes reliées à la table de pointage (2.1.1)
- $\Theta(J + C)$ variables et contraintes reliées aux bornes de pointages (2.1.2)
- $\Theta(CE_o + E_a J) = \Theta(CE_o + G)$ variables et contraintes reliées à la structure salariale (2.1.3).

Au total, le modèle comporte donc $\Theta(NS + CE_o + G)$ variables et contraintes.

3 Protocole d'expérimentation

Cette section s'intéresse aux instances du problème, à la méthode d'optimisation multi-objectifs, à l'heuristique de recherche ainsi qu'à la méthodologie utilisée dans le cadre de nos travaux.

3.1 Instances du problème

Le modèle d'optimisation est évalué à partir de données de rémunération d'une institution syndiquée québécoise regroupant au total 127 employés qui occupent l'un des 20 emplois distincts de l'organisation. L'employeur a préalablement évalué ses emplois (Annexe A) à partir d'un plan d'évaluation à 13 sous-facteurs (Annexe B). Il est ainsi facile d'attribuer un pointage à chaque sous-facteur d'un emploi en utilisant l'index des niveaux attribués. La base de données rapporte, pour chaque employé, le titre d'emploi occupé, le salaire, la classe salariale, l'échelon, le minimum et le maximum de l'échelle salariale actuelle ainsi que le minimum et le maximum des échelles salariales sur le marché externe (Annexe D). Pour intégrer cette notion de marché externe, les emplois de l'organisation sont jumelés, selon notre jugement et lorsqu'il était couvert par l'enquête, avec les emplois de l'enquête de rémunération de l'Institut de

la Statistique du Québec [7]. Cette procédure, qui porte le nom de «appariement des emplois» [1], permet de lier les emplois de l'institution syndiquée avec ceux du marché afin d'obtenir les éléments externes de rémunération. Dans le respect des principes de confidentialité, les données sont anonymisées et transformées. Finalement, la dernière colonne de la table montre les observations utilisées dans chacune des quatre instances générées pour concevoir le modèle et réaliser les expériences.

3.2 Méthode d'optimisation

De manière générale, les problèmes d'optimisation multi-objectifs prennent la forme suivante :

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{J}(\mathbf{x}) = [J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x}), \dots, J_k(\mathbf{x})]^T \quad \text{s.c. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (42)$$

où \mathbf{J} représente le vecteur des k fonctions objectifs du vecteur de variables \mathbf{x} et des contraintes d'inégalité \mathbf{g} . L'espace des solutions optimales de \mathbf{J} s'appelle la frontière de Pareto (i.e. l'ensemble des points non dominés). Puisqu'il existe généralement une infinité de solutions sur cette frontière, il est parfois nécessaire d'utiliser différentes techniques d'optimisation pour circonscrire l'espace de recherche et accélérer les temps de calcul.

La méthode de la somme pondérée (MSP), qui permet d'exprimer des préférences *a priori* d'un PDD, constitue la technique la plus utilisée dans ce champ d'expertise [8]. Toutefois, la MSP reste une approximation linéaire d'une fonction de préférences [9]. Conséquemment, la MSP pourrait négliger des régions où se trouvent des solutions optimales. De plus, il est possible qu'un décideur n'ait pas de préférences initiales quant à l'importance accordée à chaque objectif ou encore qu'il soit intéressé à d'autres alternatives. Des approches itératives d'exploration de l'espace des solutions peuvent mener à l'évolution des préférences, mais requièrent une participation accrue du décideur [10].

La méthode d'optimisation ϵ -constraint permet d'adresser les limites précédentes. Cette approche *a posteriori* consiste à optimiser un seul sous-objectif en transformant les autres en contraintes de bornes. L'optimisation est ainsi réalisée en modifiant successivement les valeurs des bornes ϵ pour explorer différents espaces de la frontière de Pareto. L'algorithme ϵ -constraint permet généralement d'obtenir une meilleure répartition des solutions, de traiter des espaces de solutions non convexes, d'explorer la frontière de Pareto sans préférence *a priori* et de résoudre relativement rapidement des problèmes à trois objectifs ou moins [11-13]. Étant donné que l'espace des solutions est potentiellement non-convexe, que la conception de structure salariale est un processus exploratoire et que notre modèle intègre trois fonctions objectifs, ϵ -constraint est la technique d'optimisation retenue. Dans le cadre de nos travaux, nous optimisons le coût et transformons les fonctions objectifs d'équité interne et d'équité en contraintes de bornes.

3.3 Heuristique de recherche

Le solveur se branche, en ordre, sur le nombre de classes k , les minimums T_s^{min} et maximums T_s^{max} de la table de pointage, l'échelon maximal de la première classe M_1 , l'écart salarial entre les échelons i , l'écart salarial entre le maximum des échelles a et le taux de salaire maximum de la première classe S_1^{max} . Le solveur affecte à chaque branchement une valeur aléatoire du domaine de la variable. Les trois premières variables servent à assurer un classement valide des emplois et s'inté-

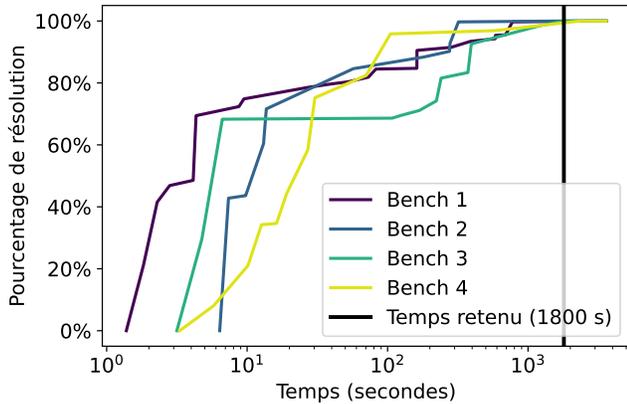


FIGURE 3 – Évolution du coût en pourcentage par rapport au coût minimum trouvé après une heure pour les quatre instances.

ressent donc à l'équité interne, alors que les quatre dernières se préoccupent davantage des écarts salariaux, et conséquemment, du coût. Nous générons ainsi d'abord des classements valides avant de construire la structure salariale. D'un autre côté, il est difficile de formuler une intuition sur la valeur à associer aux variables. C'est pour cette raison que nous leur assignons des valeurs aléatoires de leur domaine (`indomain_random`) avec une stratégie de redémarrage linéaire à partir d'incrément d'une unité (`restart_linear(1)`). Ce redémarrage permet d'explorer l'arbre de recherche en largeur pour progressivement plonger en profondeur dans celui-ci. La stratégie utilisée ferme ainsi plusieurs noeuds par l'obtention rapide de bonnes solutions tout en garantissant l'exploration entière de l'arbre de recherche via le redémarrage linéaire.

Bien que le modèle montre des variables très structurantes, les domaines sont très peu filtrés (ex. écart salarial entre les maximums des échelles a) ou même jamais filtrés (ex. le nombre de classes k). Selon nos observations empiriques, le solveur Chuffed constitue une option moins appropriée pour optimiser le modèle puisque celui-ci apprend des clauses à partir de graphes d'implication qui ont mené à des échecs. Conséquemment, puisqu'il existe relativement peu de filtrage de domaine sur plusieurs variables structurantes, l'apprentissage de clauses aide peu en comparaison à la génération de séquences aléatoires. Nous optons ainsi pour le solveur Gecode.

3.4 Méthodologie

L'algorithme ϵ -constraint requière de déterminer le temps de calcul de chaque solution ainsi que les bornes inférieures et supérieures des objectifs à contraindre. Pour fixer le premier point, il est nécessaire de faire un compromis entre le temps de calcul et la qualité de la solution afin d'éviter, d'une part, une perte de temps sans amélioration notable de la solution, et d'autre part, une dégradation significative celle-ci. Puisque le coût est optimisé dans notre modèle et les objectifs d'équité interne et d'équité externe sont contraints, nous minimisons le coût pour une période de 60 minutes sur nos bancs d'essai et choisissons le temps où l'amélioration du coût est inférieure à 2.5%. La figure 3 montre les résultats de cette expérience et le temps retenu (1800 secondes). Par rapport au deuxième point, nous minimisons séparément, sur un intervalle de une heure, les objectifs d'équité interne et d'équité externe pour obtenir les bornes inférieures de l'espace des paramètres ϵ . Quant aux bornes supérieures, nous choisissons d'utiliser la valeur d'équité

interne obtenue en minimisant l'équité externe ainsi que la valeur d'équité externe retournée en minimisant l'équité interne. En effet, ces concepts s'articulent partiellement en sens opposé et constituent des valeurs raisonnables, à notre avis, pour le décideur.

Dans nos expériences, nous optimisons le du coût à partir d'une recherche en grille 6X6 sur l'espace des paramètres d'équité ϵ selon le temps et les bornes trouvées à l'étape précédente. Cette optimisation, qui permet de générer la frontière de Pareto, est lancée à partir d'un programme Python sur le solveur Gecode en Minizinc.

4 Résultats

Dans cette section, nous présentons les éléments distinctifs des solutions obtenues sur la frontière de Pareto à partir des données du dernier banc d'essai. Nous comparons aussi la structure salariale négociée de l'organisation à la suite d'un renouvellement de la convention collective avec notre solution la plus proche sur l'espace des solutions générées.

4.1 Frontière de Pareto

La figure 4 montre la frontière de Pareto obtenue où chaque point correspond à une solution différente d'équité interne, d'équité externe et de coût. De façon générale, les solutions équitables à l'interne et à l'externe (coin inférieur gauche) impliquent davantage de coûts que les solutions faiblement équitables (coin supérieur droit). À gauche de la figure, on retrouve la solution du point inférieur gauche de la frontière avec une équité interne de 1267, une équité externe de 41.8k\$ et un coût de 368k\$. L'illustration indique que la plupart des emplois sont centrés par rapport aux bornes de pointage des classes et que la structure salariale est relativement bien alignée avec le taux minimum et maximum moyen des échelles sur le marché. Dans le coin diamétralement opposé de la frontière de Pareto se trouve le point avec une équité interne de 2962, une équité externe de 67.7k\$ et un coût de 77.4k\$. Contrairement à la solution précédente, celle-ci présente des pointages près des bornes des classes ainsi qu'un décalage par rapport au marché.

La figure 5 illustre l'impact de l'équité externe et de l'équité interne sur le coût des solutions. On peut voir en (a) qu'il existe une relation négative entre l'équité externe et le coût ; c'est-à-dire que plus la structure s'aligne sur le marché externe, plus la masse salariale augmente. En (b), la séparation des emplois ne semble pas liée à une hausse ou à une baisse du coût.

4.2 Comparaison avec la structure négociée

La structure salariale négociée (Annexe C) est comparée à notre solution la plus proche sur la frontière de Pareto. Les métriques d'équité interne, d'équité externe et de coût de la structure négociée sont obtenues en intégrant directement la table de pointage et la structure de la convention collective au sein de notre modèle. Les métriques calculées sont donc parfaitement comparables entre les deux solutions. Le solveur retourne les valeurs suivantes pour la structure négociée : équité interne : 2287, équité externe : 54 577\$ et coût : 106 890\$. La solution la plus proche sur la frontière de Pareto correspond aux valeurs suivantes : équité interne : 2208, équité externe : 49 802\$ et coût : 152 187\$. La figure 6 permet de comparer la structure salariale négociée avec notre solution.

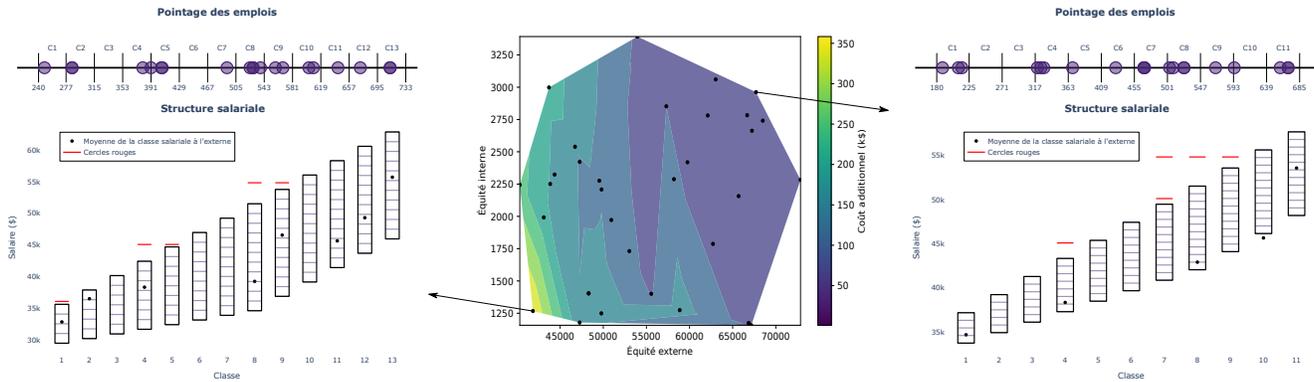


FIGURE 4 – Approximation de la frontière de Pareto pour $6 \times 6 = 36$ valeurs. La visualisation de la frontière de Pareto en 3D est disponible ici : [🌐](#). La page web prend environ 30 secondes à charger et il est possible de sélectionner les points sur la frontière de Pareto pour afficher la solution associée).

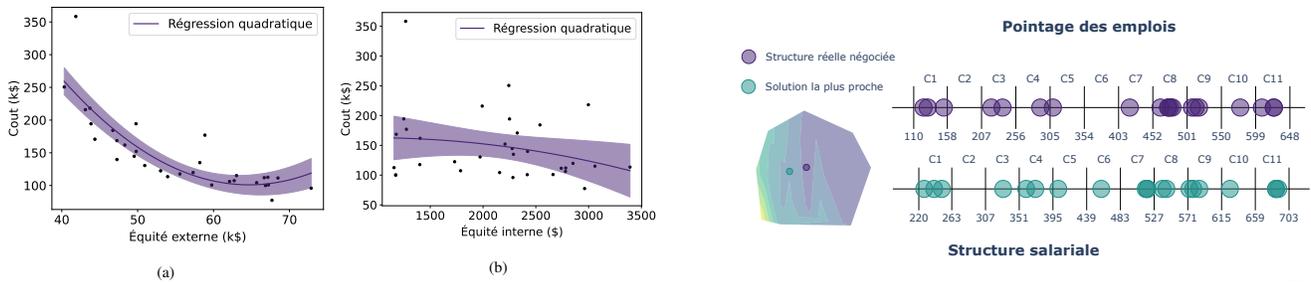


FIGURE 5 – Fonction objectif du coût en fonction des deux types d’équité avec la courbe de tendance et son intervalle de confiance à 95%. En (a), une hausse de l’équité externe s’associe à une diminution du coût. En (b), il ne semble pas exister de relation apparente entre l’équité interne et le coût.

Bien que les deux solutions soient conçues de manières différentes (ex. structure négociée : progression géométrique des échelles versus structure optimisée : progression linéaire des échelles), leur similitude est frappante. En regard du classement des emplois, il est intéressant de remarquer que les solutions comptent toutes les deux 11 classes et que l’écart entre les bornes de points reste comparable (49 points versus 43 points). Par ailleurs, la structure optimisée présente deux échelons de plus par classe, jusqu’à concurrence de 12 échelons, de sorte que les taux de salaire maximum des échelles commencent un plus haut que ceux de la structure négociée. Cela résulte, de façon non surprenante, en un coût de masse salariale légèrement plus élevé.

5 Discussion

La littérature qui porte sur la conception de structure salariale s’intéresse uniquement à des techniques d’optimisation *a priori* [4, 5] où le PDD doit exprimer préalablement ses préférences. Toutefois, en pratique, il est généralement difficile de les exprimer de façon fidèle [8]. En effet, le décideur n’a peut-être pas de préférences initiales quant à l’importance accordée à chaque objectif ou encore il est intéressé à d’autres alternatives près de ses préférences initiales. Plusieurs auteurs optent ainsi pour une approche *a posteriori* qui permet d’obtenir une vue d’ensemble de l’espace des solutions réalisables du problème [9, 10]. Nos travaux s’inscrivent justement dans cette optique. Plutôt que d’avoir à quantifier préalablement des concepts abstraits tel que l’équité, le PDD peut directement explorer et choisir la solution qui lui convient le mieux.

FIGURE 6 – Comparaison de la structure salariale négociée (équité interne : 2287, équité externe : 54 577\$ et coût : 106 890\$) avec la structure optimisée la plus proche sur la frontière de Pareto (équité interne : 2208, équité externe : 49 802\$ et coût : 152 187\$).

Les résultats obtenus à la figure 4 laissent entrevoir des stratégies différentes du solveur selon l’importance accordée aux fonctions objectives. D’une part, pour obtenir une structure fortement équitable (à gauche), le nombre de classes prend la valeur maximale du domaine (i.e. 13). Cela est cohérent puisque la hausse du nombre de classements fait diminuer l’écart de pointage qui lui occasionne une baisse de l’erreur quadratique de l’équité interne. Il en va de même pour l’erreur absolue de l’équité externe puisqu’il devient plus facile d’aligner les taux de la structure avec ceux du marché lorsque les emplois sont moins regroupés. Cependant, les échelles salariales deviennent davantage étalées (taux de 29.5k\$ à 62.9k\$) pour arrimer la structure avec l’externe. Les progressions salariales et les taux de salaire des dernières classes augmentent en conséquence et le coût avec eux. D’autre part, pour l’obtention d’une structure salariale à faible coût (à droite), le solveur se concentre sur les variables qui abaissent la masse salariale telles que l’écart salarial entre les maximums des échelles (861\$) et l’écart salarial entre les

échelons (2048\$). Bien qu'il existe des solutions d'équité interne et externe encore moins équitables, le solveur obtient une structure relativement compressée (salaires de 33.8k\$ à 57.7k\$) avec des échelons plus rapprochés. Cela limite la progression des employés, ce qui restreint la progression dans le temps du salaire des employés. Le coût est alors plus faible.

Comme présenté à la section 4.2, nous obtenons un résultat très comparable à celui obtenu au renouvellement de la convention collective, autant pour la séparation des emplois en classe que pour la structure salariale. Alors que la structure négociée a nécessité près de trois semaines de travail et de rencontres, notre approche trouve une solution similaire en seulement quelques heures. La génération de solutions sur la frontière de Pareto met ainsi bien en évidence le gain en temps et en ressources de recourir, en totalité ou en partie, aux techniques d'optimisation combinatoire dans la conception de structure de salaires. Malgré la proximité des valeurs des fonctions objectifs d'équité interne et externe de la solution négociée et optimisée, celle retournée par le solveur reste plus coûteuse (152k\$ versus 106k\$). Nous interprétons ce résultat par le fait que les taux maximums de la structure négociée reposent sur des écarts à progression géométrique (écart constant en pourcentage) contrairement à notre modèle où la progression est linéaire (écarts constants). La structure négociée bénéficie ainsi de plus de flexibilité en permettant aux échelles salariales de commencer un plus bas et terminer approximativement au même taux que dans notre modèle. Avec des taux maximums inférieurs, la solution obtenue devient nécessairement moins onéreuse.

La frontière de Pareto obtenue à la figure 7b montre des optimums de Pareto faibles (ex. point 1). En optimisation multi-objectifs, un optimum faiblement Pareto désigne une solution où il est possible d'améliorer la valeur d'une fonction objectif sans pénaliser la valeur des autres fonctions objectifs [11]. Intuitivement, cette situation survient lorsque des points se situent sur des lignes parallèles aux axes des fonctions objectifs, tel qu'illustré à la figure 7a. La présence de ces points vient du fait qu'il n'existe pas de relation apparente entre l'équité interne et les deux autres fonctions objectifs (figure 4 et figure 5b). Autrement dit, il arrive parfois que des solutions avec plusieurs valeurs d'équité interne partagent la même valeur de coût et d'équité externe. Lorsque cette situation survient, seulement la plus faible valeur est pertinente. Malheureusement, la méthode d'optimisation ϵ -constraint ne permet pas d'éviter les optimums faibles et, en conséquence, génère une perte en temps de calcul. D'autres travaux arrivent à contourner cette problématique en faisant au préalable une optimisation lexicographique pour trouver les valeurs de contraintes ϵ [14]. Les techniques abordées dans ces articles pourraient constituer des améliorations futures intéressantes à notre approche.

Dans la section 2.3, nous démontrons que la complexité du modèle dépend soit du nombre de niveaux et sous-facteurs (NS), du nombre de groupes (G) ou encore du nombre d'échelons et de classes de la structure optimisée (CE_o). En fait, pour la majorité des organisations, le terme dominant est le nombre de groupes d'employés distincts G . En effet, le nombre de groupes est borné supérieurement par le produit (JE_a) du nombre d'emplois et du nombre d'échelons dans la structure initiale. Étant donné que les organisations comptent généralement plus d'emploi que de classes salariales ou de sous-facteurs, il est raisonnable de penser que le modèle est borné supérieurement par G dans la

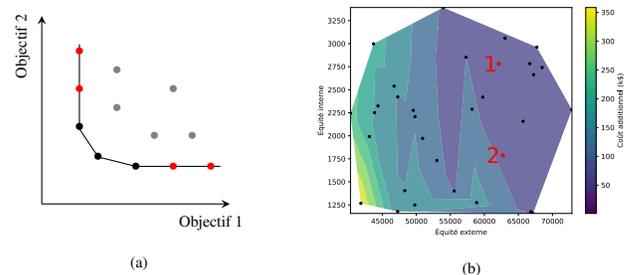


FIGURE 7 – (a) Illustration du concept d'optimum de Pareto faible (*weak Pareto optimum*) dans un problème de minimisation à deux dimensions. Les points en rouge sont faiblement Pareto optimal (possible d'améliorer un objectif sans empirer l'autre) alors que les points en noir sont fortement Pareto optimal (l'amélioration d'un objectif en empire nécessairement un autre). (b) En rouge, deux optimums de Pareto faibles sur la frontière.

plupart des cas. Néanmoins, pour atteindre le pire cas G , il est nécessaire qu'au moins un employé couvre chaque échelon de chaque emploi. En pratique, cette situation est très improbable. À titre d'exemple, le dernier banc d'essai avec 127 employés est réduit à seulement 50 groupes G avec 20 emplois et 11 échelons sur l'ancienne structure ($20 \times 11 = 220$ possibilités). Le modèle est donc également approprié pour les organisations avec de grands effectifs.

6 Conclusion

Nos travaux montrent que l'établissement de structures salariales par optimisation multi-objectifs peut définitivement bénéficier aux entreprises qui désirent obtenir des structures équitables tout en réduisant leurs coûts d'opérations en masse salariale. La frontière de Pareto obtenue permet d'explorer et de comparer différentes solutions de structures et de compromis dans le cadre d'implantation ou de mise à jour de structures. Bien que la méthode d'optimisation adoptée retourne des optimums de Pareto faibles, notre approche *a posteriori* est novatrice et unique. Un décideur pourrait même envisager l'utiliser en temps réel sur des tables de négociation lors du renouvellement de conventions collectives par exemple. Enfin, l'efficacité du modèle en fait une solution intéressante autant pour les organisations de petite que de grande taille.

Des travaux futurs pourraient s'intéresser à certaines pistes de réflexions. Du côté du modèle, il serait intéressant de pouvoir intégrer des progressions géométriques dans les taux de salaire de la structure ou encore de tenir compte des salaires pro-ratés en fonction de l'horaire de travail des employés. L'exploration d'autres heuristiques de recherche, qui pourraient réduire les temps de calcul, serait également à considérer. Quant à la technique d'optimisation, des recherches futures pourraient entrevoir une version adaptée de notre modèle sous la forme d'un programme linéaire. Cela permettrait de comparer différentes méthodes d'optimisation. Finalement, l'utilisation de solveurs plus puissants (ex. OR Tools²) pourraient permettre de créer des frontières de Pareto plus denses et complexes.

2. <https://www.minizinc.org/challenge.html>

Références

- [1] S. ST-ONGE et G. MORIN, *Gestion de la rémunération : théorie et pratique*, 4e édition. Montréal, Québec, Canada : Chenelière éducation, 2020.
- [2] CNESST, *Connaître et réaliser ses obligations d'équité salariale*, 2021. adresse : <https://www.cnesst.gouv.qc.ca/fr/demarches-formulaires/employeurs/connaître-realiser-ses-obligations-dequite>.
- [3] J. E. BRUNO, "Compensation of School District Personnel," *Management Science*, t. 17, n° 10, B569-B587, 1971, Publisher : INFORMS, ISSN : 0025-1909. adresse : <http://www.jstor.org/stable/2628995> (visité le 15/04/2022).
- [4] M. J. WALLACE et R. E. STEUER, "Multiple Objective Linear Programming in the Design of Internal Wage Structures.," *Academy of Management Proceedings*, t. 1979, n° 1, p. 251-255, 1979, _eprint : <https://doi.org/10.5465/ambpp.1979.4977109>. DOI : 10.5465/ambpp.1979.4977109. adresse : <https://doi.org/10.5465/ambpp.1979.4977109>.
- [5] B. A. KASSA, "A decision support model for salary structure design," *Compensation & Benefits Review*, t. 52, n° 3, p. 109-120, 1^{er} juin 2020, Publisher : SAGE Publications Inc, ISSN : 0886-3687. DOI : 10.1177/0886368720905696. adresse : <https://doi.org/10.1177/0886368720905696> (visité le 23/02/2022).
- [6] C. des Syndicats du QUÉBEC (CSQ), *Comprendre la structure salariale*, fr, 2022. adresse : <https://www.lacsq.org/services/conventions-collectives/comprendre-la-structure-salariale/> (visité le 21/04/2022).
- [7] K. CHARBONNEAU, P. GAUTHIER et C. LAMARRE, "Résultats de l'enquête sur la rémunération globale au Québec en 2016," fr, 2016, OCLC : 1248942474. adresse : <http://numerique.banq.qc.ca/patrimoine/details/52327/21202> (visité le 14/04/2022).
- [8] R. T. MARLER et J. S. ARORA, "The weighted sum method for multi-objective optimization : new insights," en, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, t. 41, n° 6, p. 853-862, juin 2010, ISSN : 1615-1488. DOI : 10.1007/s00158-009-0460-7. adresse : <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0460-7> (visité le 02/03/2022).
- [9] I. Y. KIM et O. L. de WECK, "Adaptive weighted sum method for multiobjective optimization : a new method for pareto front generation," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, t. 31, n° 2, p. 105-116, 1^{er} fév. 2006, ISSN : 1615-1488. DOI : 10.1007/s00158-005-0557-6. adresse : <https://doi.org/10.1007/s00158-005-0557-6> (visité le 04/03/2022).
- [10] S. KADDANI, D. VANDERPOOTEN, J.-M. VANPEPERSTRAETE et H. AISSI, "Weighted sum model with partial preference information : Application to multi-objective optimization," *European Journal of Operational Research*, t. 260, n° 2, p. 665-679, juill. 2017, ISSN : 0377-2217. DOI : 10.1016/j.ejor.2017.01.003. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221717300085> (visité le 04/03/2022).
- [11] M. LAUMANN, L. THIELE et E. ZITZLER, "An Adaptive Scheme to Generate the Pareto Front Based on the Epsilon-Constraint Method," in *Practical Approaches to Multi-Objective Optimization*, sér. Dagstuhl Seminar Proceedings (DagSem-Proc), ISSN : 1862-4405, t. 4461, Dagstuhl, Germany : Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, 2005, p. 1-11. DOI : 10.4230/DagSemProc.04461.6. adresse : <https://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2005/246> (visité le 04/03/2022).
- [12] G. MAVROTAS, "Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems," *Applied Mathematics and Computation*, t. 213, n° 2, p. 455-465, 15 juill. 2009, ISSN : 0096-3003. DOI : 10.1016/j.amc.2009.03.037. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300309002574> (visité le 04/03/2022).
- [13] G. MAVROTAS et K. FLORIOS, "An improved version of the augmented ϵ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems," *Applied Mathematics and Computation*, t. 219, n° 18, p. 9652-9669, 15 mai 2013, ISSN : 0096-3003. DOI : 10.1016/j.amc.2013.03.002. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300313002166> (visité le 04/03/2022).
- [14] M. LAUMANN, L. THIELE et E. ZITZLER, "An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method," *European Journal of Operational Research*, t. 169, n° 3, p. 932-942, 16 mars 2006, ISSN : 0377-2217. DOI : 10.1016/j.ejor.2004.08.029. adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221704005715> (visité le 04/03/2022).
- [15] J. E. BRUNO, "A Linear Programming Approach to Position-Salary Evaluation in School Personnel Administration," en, fév. 1969. adresse : <https://eric.ed.gov/?id=ED052526> (visité le 25/02/2022).
- [16] F. J. FABOZZI et R. DADDIO, "A Linear Programming Salary Evaluation Model for High School Personnel," *Operational Research Quarterly (1970-1977)*, t. 28, n° 2, p. 401-413, 1977, Publisher : Palgrave Macmillan Journals, ISSN : 0030-3623. DOI : 10.2307/3008986. adresse : <http://www.jstor.org/stable/3008986> (visité le 23/02/2022).
- [17] R. MARLER et J. ARORA, "Function-transformation methods for multi-objective optimization," *Engineering Optimization*, t. 37, n° 6, p. 551-570, 2005, ISSN : 0305-215X.
- [18] I. JOURNAL, "Multi-Objective Optimization Methods as a Decision Making Strategy," *International Journal of Engineering Research and Technology (IJERT)*, jan. 2020. adresse : https://www.academia.edu/43142656/IJERT_Multi_Objective_Optimization_Methods_as_a_Decision_Making_Strategy (visité le 02/03/2022).
- [19] R. MARLER et J. ARORA, "Survey of multi-objective optimization methods for engineering," en, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, t. 26, n° 6, p. 369-395, avr. 2004, ISSN : 1615-1488. DOI : 10.1007/s00158-003-0368-6. adresse : <https://doi.org/10.1007/s00158-003-0368-6> (visité le 02/03/2022).

- [20] K. CHIRCOP et D. ZAMMIT-MANGION, "On Epsilon-Constraint Based Methods for the Generation of Pareto Frontiers," *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, t. 3, p. 279-289, 1^{er} mai 2013.

ANNEXE

A Évaluation des emplois

# Emploi	SF1	SF2	SF3	SF4	SF5	SF6	SF7	SF8	SF9	SF10	SF11	SF12	SF13
1	3	2	2	3	2	2	1	2	1	2	2	2	1
2	4	4	3	4	4	4	3	3	3	3	3	4	4
3	4	4	2	4	3	3	1	3	2	3	3	1	1
4	4	4	3	5	3	4	2	3	3	3	3	5	4
5	4	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3	3	1
6	4	4	3	3	4	4	2	3	3	3	3	1	1
7	4	3	2	1	3	3	1	2	3	3	3	2	1
8	4	2	2	1	3	3	1	3	2	3	3	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1
10	2	1	1	2	1	2	3	1	1	2	1	5	3
11	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2
12	4	3	2	4	3	4	2	2	2	3	3	5	3
13	4	4	3	4	4	4	3	3	3	3	3	4	4
14	4	3	2	1	3	3	1	3	3	3	3	1	1
15	4	3	2	1	3	3	1	3	3	3	3	1	1
16	4	3	2	3	3	3	2	3	2	3	3	2	1
17	2	2	1	3	1	2	2	1	1	1	1	4	3
18	4	4	2	2	3	4	2	3	2	3	3	1	1
19	3	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1
20	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1

TABLE 3 – Cotes d'évaluation pour les 13 sous-facteurs (SF) du plan d'évaluation de l'organisation. Chaque cote représente le niveau attribué à un sous-facteur pour un emploi.

B Niveaux et sous-facteurs

	SF1	SF2	SF3	SF4	SF5	SF6	SF7	SF8	SF9	SF10	SF11	SF12	SF13
Niveau maximum	7	5	6	5	6	5	3	6	5	5	6	5	4

TABLE 4 – Niveaux maximum pour les 13 sous-facteurs (SF) du plan d'évaluation de l'organisation. Il est à noter que le plan d'évaluation sert également à évaluer d'autres emplois de niveaux supérieurs. Conséquemment, les niveaux maximums sont supérieurs ou égales à la plus grande valeur des cotes d'évaluation. Dans le cadre de cette étude, les niveaux maximum ci-haut sont utilisés en respect du plan d'évaluation.

C Structure négociée

Classes	Échelons										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	31546	32424	33455	34460							
2	32283	33254	34242	35263	36335						
3	33036	34024	35046	36084	37189	38294					
4	33807	34811	35849	36921	38043	39181	40353				
5	34593	35632	36703	37792	38947	40102	41291	42547			
6	35397	36469	37557	38679	39851	41040	42279	43552	44858		
7	36218	37323	38445	39583	40789	41994	43267	44556	45896	47269	
8	38193	39332	40504	41727	42966	44272	45578	46967	48374	49814	
9	39081	40253	41459	42698	43987	45310	46666	48056	49496	50986	52527
10	41191	42430	43686	45008	46348	47754	49194	50651	52175	53749	55356
11	43418	44707	46063	47453	48860	50333	51840	53397	54988	56646	58337

TABLE 5 – Structure négociée

D Données par employé

# Employé	# Emploi	Structure actuelle					Données externes - ISQ [7]		Instances
		Classe	Échelon	Salaire	Min échelle	Max échelle	Min échelle	Max échelle	
1	1	6	9	36321	45109	45109			1,2,3,4
2	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	1,2,3,4
3	8	8	11	39281	51522	51522	40194	52983	1,2,3,4
4	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	1,2,3,4
5	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	1,2,3,4
6	16	10	7	43867	57496	51595	42021	56637	1,2,3,4
7	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	1,2,3,4
8	16	10	6	43867	57496	50206	42021	56637	2,3,4
9	9	8	8	39281	51522	47484	34713	43848	2,3,4
10	14	9	5	41784	54847	46589	38367	52983	2,3,4
11	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	2,3,4
12	9	8	7	39281	51522	46224	34713	43848	2,3,4
13	17	9	7	41784	54847	49183			2,3,4
14	19	8	6	39281	51522	44981			2,3,4
15	3	2	5	32411	36120	36120	29232	36540	2,3,4
16	7	4	6	33891	39884	38806			2,3,4
17	1	6	5	36321	45109	40487			2,3,4
18	14	9	3	41784	54847	44123	38367	52983	2,3,4
19	6	2	2	32411	36120	33288			2,3,4
20	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	2,3,4
21	16	10	3	43867	57496	46297	42021	56637	2,3,4
22	9	8	3	39281	51522	41455	34713	43848	2,3,4
23	9	8	4	39281	51522	42606	34713	43848	2,3,4
24	6	2	5	32411	36120	36120			2,3,4
25	16	10	3	43867	57496	46297	42021	56637	3,4
26	18	9	11	41784	54847	54847			3,4
27	12	10	11	43867	57496	57496	47502	62118	3,4
28	11	9	5	41784	54847	46589	45675	67599	3,4
29	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	3,4
30	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
31	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
32	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	3,4
33	1	6	9	36321	45109	45109			3,4
34	1	6	7	36321	45109	42734			3,4
35	7	4	7	33891	39884	39884			3,4
36	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
37	18	9	11	41784	54847	54847			3,4
38	14	9	11	41784	54847	54847	38367	52983	3,4
39	7	4	7	33891	39884	39884			3,4
40	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	3,4
41	9	8	10	39281	51522	50133	34713	43848	3,4
42	18	9	5	41784	54847	46589			3,4
43	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	3,4
44	18	9	10	41784	54847	53385			3,4
45	16	10	9	43867	57496	54482	42021	56637	3,4
46	7	4	7	33891	39884	39884			3,4
47	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	3,4
48	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
49	14	9	11	41784	54847	54847	38367	52983	3,4
50	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	3,4
51	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
52	18	9	3	41784	54847	44123			3,4
53	1	6	6	36321	45109	41601			3,4
54	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
55	1	6	9	36321	45109	45109			3,4
56	10	9	5	41784	54847	46589			3,4
57	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
58	17	9	11	41784	54847	54847			3,4
59	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	3,4

Page suivante

IFT-7020 Optimisation Combinatoire

# Employé	# Emploi	Structure actuelle					Données externes - ISQ [7]		Instances
		Classe	Échelon	Salaire	Min échelle	Max échelle	Min échelle	Max échelle	
60	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
61	18	9	11	41784	54847	54847			3,4
62	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	3,4
63	13	8	10	39281	51522	50133			3,4
64	7	4	7	33891	39884	39884			3,4
65	7	4	7	33891	39884	39884			3,4
66	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	3,4
67	1	6	9	36321	45109	45109			3,4
68	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
69	1	6	9	36321	45109	45109			3,4
70	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	3,4
71	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	3,4
72	9	8	6	39281	51522	44981	34713	43848	3,4
73	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	3,4
74	10	9	5	41784	54847	46589			3,4
75	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
76	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
77	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
78	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	4
79	11	9	11	41784	54847	54847	45675	67599	4
80	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
81	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
82	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	4
83	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
84	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	4
85	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
86	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
87	9	8	5	39281	51522	43794	34713	43848	4
88	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
89	20	9	11	41784	54847	54847			4
90	10	9	5	41784	54847	46589			4
91	12	10	11	43867	57496	57496	47502	62118	4
92	18	9	10	41784	54847	53385			4
93	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
94	7	4	7	33891	39884	39884			4
95	6	2	5	32411	36120	36120			4
96	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	4
97	18	9	7	41784	54847	49183			4
98	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
99	13	8	9	39281	51522	48800			4
100	16	10	9	43867	57496	54482	42021	56637	4
101	9	8	5	39281	51522	43794	34713	43848	4
102	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
103	16	10	8	43867	57496	53002	42021	56637	4
104	18	9	5	41784	54847	46589			4
105	9	8	8	39281	51522	47484	34713	43848	4
106	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
107	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
108	11	9	6	41784	54847	47868	45675	67599	4
109	2	1	4	31936	34659	34659			4
110	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
111	15	8	7	39281	51522	46224			4
112	5	6	9	36321	45109	45109	32886	43848	4
113	9	8	5	39281	51522	43794	34713	43848	4
114	4	3	4	32905	37673	35700	32886	40194	4
115	9	8	9	39281	51522	48800	34713	43848	4
116	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
117	9	8	4	39281	51522	42606	34713	43848	4
118	16	10	5	43867	57496	48873	42021	56637	4
119	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
120	16	10	11	43867	57496	57496	42021	56637	4
121	18	9	5	41784	54847	46589			4

Page suivante

IFT-7020 Optimisation Combinatoire

# Employé	# Emploi	Structure actuelle					Données externes - ISQ [7]		Instances
		Classe	Échelon	Salaire	Min échelle	Max échelle	Min échelle	Max échelle	
122	9	8	10	39281	51522	50133	34713	43848	4
123	16	10	7	43867	57496	51595	42021	56637	4
124	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4
125	9	8	9	39281	51522	48800	34713	43848	4
126	13	8	4	39281	51522	42606			4
127	9	8	11	39281	51522	51522	34713	43848	4